2018 湖北中考数学真题 by 数学大师

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1.（3 分）温度由 - 4 上升 7 是（　　）

A．3　　B．－3　　C．11　　D．－11

【分析】根据题意列出算式，再利用加法法则计算可得.

【解答】解：温度由 - 4 上升 7 是 - 4+7=3 ，

故选：A.

【点评】本题主要考查有理数的加法，解题的关键是熟练掌握有理数的加法法则.

2.（3 分）若分式$\frac{1}{x+2}$在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是（　　）

A．x＞－2　B．x＜－2　C．x=－2　　D．x≠－2

【分析】直接利用分式有意义的条件分析得出答案.

【解答】解：∵代数式$\frac{1}{x+2}$在实数范围内有意义，

∴x+2≠0，

解得：x≠－2.

故选：D.

【点评】此题主要考查了分式有意义的条件，正确把握定义是解题关键.

3.（3 分）计算 $3x^2 - x^2$ 的结果是（　　）

A．2　　B．$2x^2$　C．2x　　D．$4x^2$

【分析】根据合并同类项解答即可.

【解答】解：$3x^2 - x^2=2x^2$，

故选：B.

【点评】此题考查合并同类项，关键是根据合并同类项的法则解答.

4.（3 分）五名女生的体重（单位：kg）分别为：37、40、38、42、42，这组数据的众数和中位数分别是（　　）

A．2、40　B．42、38　C．40、42　D．42、40

【分析】根据众数和中位数的定义求解.

【解答】解：这组数据的众数和中位数分别 42，38.

故选：B.

【点评】本题考查了众数：一组数据中出现次数最多的数据叫做众数．也考查了中位数.

5.（3 分）计算（a﹣2）（a+3）的结果是（　　）

A．a^2﹣6　B．a^2+a﹣6 C．a^2+6 D．a^2﹣a+6

【分析】根据多项式的乘法解答即可.

【解答】解：（a﹣2）（a+3）=a^2+a﹣6，

故选：B.

【点评】此题考查多项式的乘法，关键是根据多项式乘法的法则解答.

6.（3 分）点 A（2，﹣5）关于 x 轴对称的点的坐标是（　　）

A.（2，5）B.（﹣2，5）　C.（﹣2，﹣5）　D.（﹣5，2）

【分析】根据“关于 x 轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数”解答.

【解答】解：点 A（2，﹣5）关于 x 轴的对称点 B 的坐标为（2，5）.

故选：A.

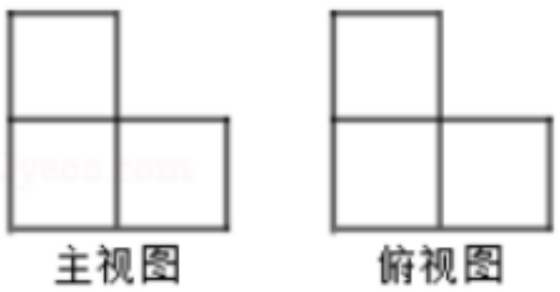
【点评】本题考查了关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标，解决本题的关键是掌握好对称点的坐标规律：

（1）关于 x 轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数；

（2）关于 y 轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数；

（3）关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数.

7.（3 分）一个几何体由若干个相同的正方体组成，其主视图和俯视图如图所示，则这个几何体中正方体的个数最多是（　　）



A．3　B．4　C．5　D．6

【分析】易得这个几何体共有 2 层，由俯视图可得第一层立方体的个数，由主视图可得第二层立方体的可能的个数，相加即可．

【解答】解：结合主视图和俯视图可知，左边上层最多有 2 个，左边下层最多有 2 个，右边只有一层，且只有 1 个．

所以图中的小正方体最多 5 块．

故选：C．

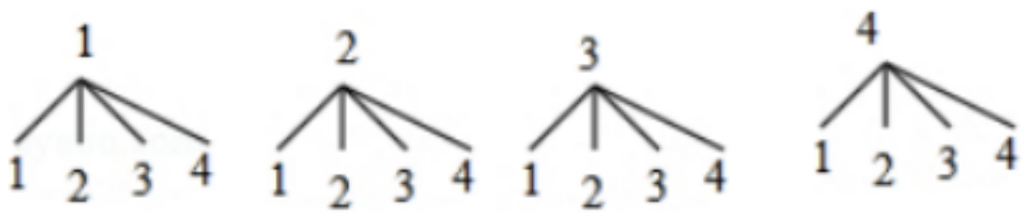
【点评】此题主要考查了由三视图判断几何体，考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查．

8．（3 分）一个不透明的袋中有四张完全相同的卡片，把它们分别标上数字 1、2、3、4．随机抽取一张卡片，然后放回，再随机抽取一张卡片，则两次抽取的卡片上数字之积为偶数的概率是（　　）

A．$\frac{1}{4}$　B．$\frac{1}{2}$　C．$\frac{3}{4}$　D．$\frac{5}{6}$

【分析】画树状图展示所有 16 种等可能的结果数，再找出两次抽取的卡片上数字之积为偶数的结果数，然后根据概率公式求解．

【解答】解：画树状图为：



共有 16 种等可能的结果数，其中两次抽取的卡片上数字之积为偶数的结果数为 12，

所以两次抽取的卡片上数字之积为偶数的概率=$\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$．

故选：C．

【点评】本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，然后利用概率公式计算事

件 A 或事件 B 的概率.

9.（3 分）将正整数 1 至 2018 按一定规律排列如下表：

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
……							

平移表中带阴影的方框，方框中三个数的和可能是（　　）

A．2019　　B．2018　　C．2016　　D．2013

【分析】设中间数为 x，则另外两个数分别为 x﹣1、x+1，进而可得出三个数之和为 3x，令其分别等于四个选项中数，解之即可得出 x 的值，由 x 为整数、x 不能为第一列及第八列数，即可确定 x 值，此题得解.

【解答】解：设中间数为 x，则另外两个数分别为 x﹣1、x+1，

∴三个数之和为（x﹣1）+x+（x+1）=3x.

根据题意得：3x=2019、3x=2018、3x=2016、3x=2013，

解得：x=673，$x=672\frac{2}{3}$（舍去），x=672，x=671.

∵673=84×8+1，

∴2019 不合题意，舍去；

∵672=84×8，

∴2016 不合题意，舍去；

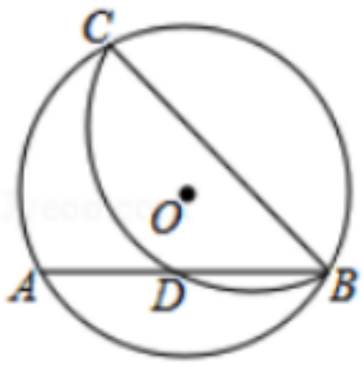
∵671=83×7+7，

∴三个数之和为 2013.

故选：D.

【点评】本题考查了一元一次方程的应用以及规律型中数字的变化类，找准等量关系，正确列出一元一次方程是解题的关键.

10.（3 分）如图，在⊙O 中，点 C 在优弧$\overset{\frown}{AB}$上，将弧$\overset{\frown}{BC}$沿 BC 折叠后刚好经过 AB 的中点 D．若⊙O 的半径为$\sqrt{5}$，AB=4，则 BC 的长是（　　）



A．$2\sqrt{3}$B．$3\sqrt{2}$C．$\frac{5\sqrt{3}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{65}}{2}$

【分析】连接 OD、AC、DC、OB、OC，作 CE⊥AB 于 E，OF⊥CE 于 F，如图，利用垂径定理得到 OD⊥AB，则 AD=BD=$\frac{1}{2}$AB=2，于是根据勾股定理可计算出 OD=1，再利用折叠的性质可判断弧 AC 和弧 CD 所在的圆为等圆，则根据圆周角定理得到$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CD}$，所以 AC=DC，利用等腰三角形的性质得 AE=DE=1，接着证明四边形 ODEF 为正方形得到 OF=EF=1，然后计算出 CF 后得到 CE=BE=3，于是得到 BC=$3\sqrt{2}$.

【解答】解：连接 OD、AC、DC、OB、OC，作 CE⊥AB 于 E，OF⊥CE 于 F，如图，

∵D 为 AB 的中点，

∴OD⊥AB，

∴AD=BD=$\frac{1}{2}$AB=2，

在 Rt△OBD 中，OD=$\sqrt{(\sqrt{5})^2-2^2}$=1，

∵将弧$\overset{\frown}{BC}$沿 BC 折叠后刚好经过 AB 的中点 D.

∴弧 AC 和弧 CD 所在的圆为等圆，

∴$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CD}$，

∴AC=DC，

∴AE=DE=1，

易得四边形 ODEF 为正方形，

∴OF=EF=1，

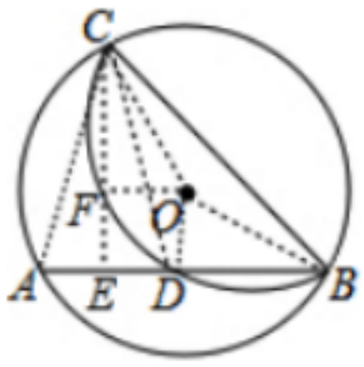
在 Rt△OCF 中，CF=$\sqrt{(\sqrt{5})^2-1^2}$=2，

∴CE=CF+EF=2+1=3，

而 BE=BD+DE=2+1=3，

∴BC=$3\sqrt{2}$.

故选：B.



【点评】本题考查了切线的性质：圆的切线垂直于经过切点的半径．若出现圆的切线，必连过切点的半径，构造定理图，得出垂直关系．也考查了圆周角定理和垂径定理．

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

11．（3 分）计算 $(\sqrt{3}+\sqrt{2})-\sqrt{3}$的结果是__$\sqrt{2}$__

【分析】根据二次根式的运算法则即可求出答案．

【解答】解：原式=$\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{3}=\sqrt{2}$

故答案为：$\sqrt{2}$

【点评】本题考查二次根式的运算，解题的关键是熟练运用二次根式的运算法则，本题属于基础题型．

12．（3 分）下表记录了某种幼树在一定条件下移植成活情况

移植总数 n	400	1500	3500	7000	9000	14000
成活数 m	325	1336	3203	6335	8073	12628
成活的频率（精确到 0.01）	0.813	0.891	0.915	0.905	0.897	0.902

由此估计这种幼树在此条件下移植成活的概率约是__0.9__（精确到 0.1）

【分析】概率是大量重复实验的情况下，频率的稳定值可以作为概率的估计值，即次数越多的频率越接近于概率．

【解答】解：概率是大量重复实验的情况下，频率的稳定值可以作为概率的估计值，即次数越多的频率越接近于概率

∴这种幼树移植成活率的概率约为 0.9．

故答案为：0.9．

【点评】此题主要考查了利用频率估计概率，大量反复试验下频率稳定值即概率．用到的知识点为：频率=所求情况数与总情况数之比．

13.（3 分）计算$\frac{m}{m^2-1}-\frac{1}{1-m^2}$的结果是__$\frac{1}{m-1}$__.

【分析】根据分式的运算法则即可求出答案.

【解答】解：原式=$\frac{m}{m^2-1}+\frac{1}{m^2-1}$

=$\frac{1}{m-1}$

故答案为：$\frac{1}{m-1}$

【点评】本题考查分式的运算法则，解题的关键是熟练运用分式的运算法则，本题属于基础题型.

14.（3 分）以正方形 ABCD 的边 AD 作等边△ADE，则∠BEC 的度数是__30°或150°__.

【分析】分等边△ADE 在正方形的内部和外部两种情况分别求解可得.

【解答】解：如图 1，

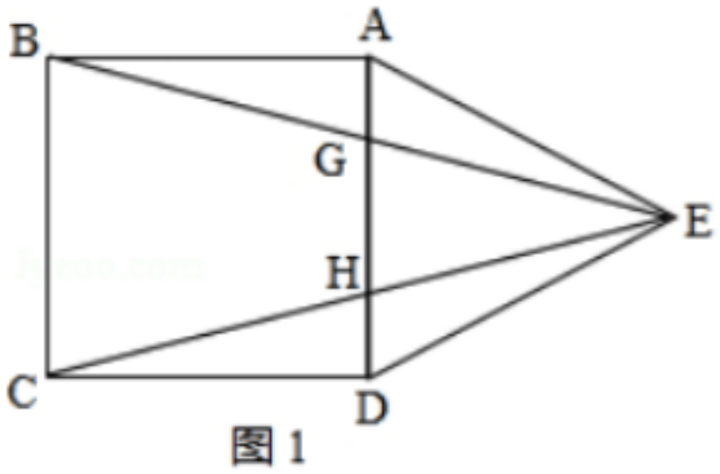


图 1

∵四边形 ABCD 为正方形，△ADE 为等边三角形，

∴AB=BC=CD=AD=AE=DE，∠BAD=∠ABC=∠BCD=∠ADC=90°，∠AED=∠ADE=∠DAE=60°，

∴∠BAE=∠CDE=150°，又 AB=AE，DC=DE，

∴∠AEB=∠CED=15°，

则∠BEC=∠AED﹣∠AEB﹣∠CED=30°.

如图 2，

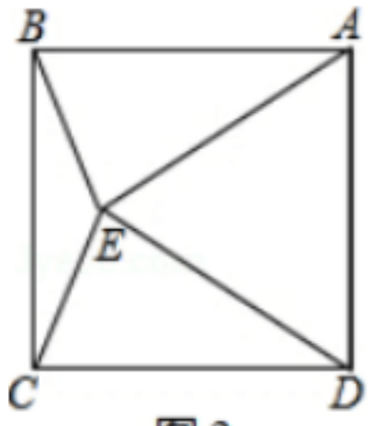


图 2

∵△ADE 是等边三角形，

∴AD=DE，

∵四边形 ABCD 是正方形，

∴AD=DC，

∴DE=DC，

∴∠CED=∠ECD，

∴∠CDE=∠ADC﹣∠ADE=90°﹣60°=30°，

∴∠CED=∠ECD=$\frac{1}{2}$（180°﹣30°）=75°，

∴∠BEC=360°﹣75°×2﹣60°=150°.

故答案为：30°或 150°.

【点评】本题考查了正方形的性质，等边三角形的性质，等腰三角形的判定与性质，熟记各性质并准确识图是解题的关键.

15.（3 分）飞机着陆后滑行的距离 y（单位：m）关于滑行时间 t（单位：s）的函数解析式是 $y=60t-\frac{3}{2}t^2$. 在飞机着陆滑行中，最后 4s 滑行的距离是 216 m.

【分析】求出 t=4 时的函数值即可；

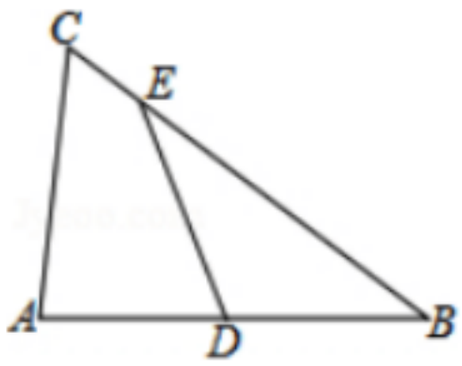
【解答】解：根据对称性可知，开始 4 秒和最后 4 秒的滑行的距离相等，

t=4 时，$y=60\times4-\frac{3}{2}\times4^2=240-24=216$m，

故答案为 216.

【点评】本题考查二次函数的应用，解题的关键是理解题意，属于中考基础题.

16.（3 分）如图. 在△ABC 中，∠ACB=60°，AC=1，D 是边 AB 的中点，E 是边 BC 上一点. 若 DE 平分△ABC 的周长，则 DE 的长是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



【分析】延长 BC 至 M，使 CM=CA，连接 AM，作 CN⊥AM 于 N，根据题意得到 ME=EB，根据三角形中位线定理得到 DE=$\frac{1}{2}$AM，根据等腰三角形的性质求出∠ACN，根据正弦的概念求出 AN，计算即可．

【解答】解：延长 BC 至 M，使 CM=CA，连接 AM，作 CN⊥AM 于 N，

∵DE 平分△ABC 的周长，

∴ME=EB，又 AD=DB，

∴DE=$\frac{1}{2}$AM，DE∥AM，

∵∠ACB=60°，

∴∠ACM=120°，

∵CM=CA，

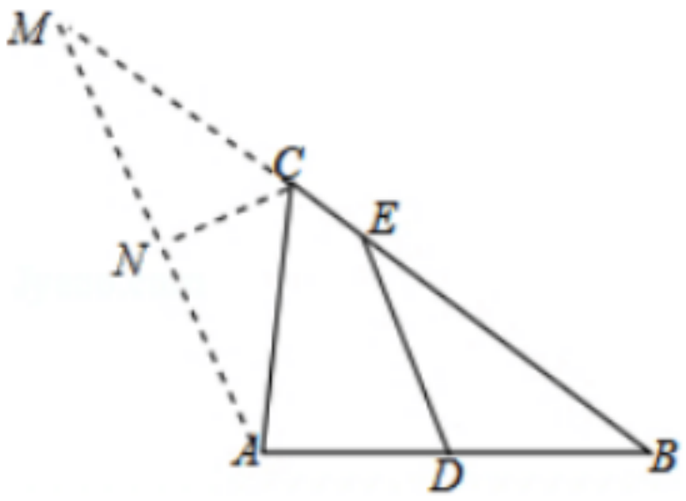
∴∠ACN=60°，AN=MN，

∴AN=AC•sin∠ACN=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴AM=$\sqrt{3}$，

∴DE=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

故答案为：$\frac{\sqrt{3}}{2}$．



【点评】本题考查的是三角形中位线定理、等腰三角形的性质、解直角三角形，掌握三角形中位线定理、正确作出辅助性是解题的关键．

三、解答题（共 8 题，共 72 分）

17.（8 分）解方程组：$\begin{cases}x+y=10\\2x+y=16\end{cases}$

【分析】方程组利用加减消元法求出解即可.

【解答】解：$\begin{cases}x+y=10①\\2x+y=16②\end{cases}$，

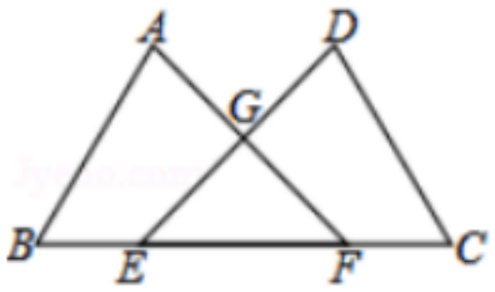
②－①得：x=6，

把 x=6 代入①得：y=4，

则方程组的解为$\begin{cases}x=6\\y=4\end{cases}$.

【点评】此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法.

18.（8 分）如图，点 E、F 在 BC 上，BE=CF，AB=DC，∠B=∠C，AF 与 DE 交于点 G，求证：GE=GF.



【分析】求出 BF=CE，根据 SAS 推出△ABF≌△DCE，得对应角相等，由等腰三角形的判定可得结论.

【解答】证明：∵BE=CF，

∴BE+EF=CF+EF，

∴BF=CE，

在△ABF 和△DCE 中

$\begin{cases}AB=DC\\∠B=∠C\\BF=CE\end{cases}$

∴△ABF≌△DCE（SAS），

∴∠GEF=∠GFE，

∴EG=FG.

【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质，等腰三角形的判定，熟练掌握三角形全等的判定方法是解题的关键.

19.（8 分）某校七年级共有 500 名学生，在“世界读书日”前夕，开展了“阅读助我成长”的读书活动．为了解该年级学生在此次活动中课外阅读情况，童威随机抽取 m 名学生，调查他们课外阅读书籍的数量，将收集的数据整理成如下统计表和扇形图．

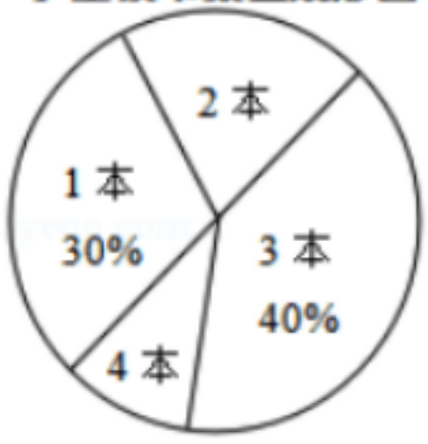
学生读书数量统计表

阅读量/本	学生人数
1	15
2	a
3	b
4	5

（1）直接写出 m、a、b 的值；

（2）估计该年级全体学生在这次活动中课外阅读书籍的总量大约是多少本？

学生读书数量扇形图



【分析】（1）根据题意和统计图中的数据可以求得 m、a、b 的值；

（2）根据统计图中的数据可以求得该年级全体学生在这次活动中课外阅读书籍的总量大约是多少本．

【解答】解：（1）由题意可得，

m=15÷30%=50，b=50×40%=20，a=50﹣15﹣20﹣5=10，

即 m 的值是 50，a 的值是 10，b 的值是 20；

（2）$（1\times15+2\times10+3\times20+4\times5）\times\frac{500}{50}=1150$（本），

答：该年级全体学生在这次活动中课外阅读书籍的总量大约是 1150 本．

【点评】本题考查扇形统计图、用样本估计总体、统计表，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答．

20.（8 分）用 1 块 A 型钢板可制成 2 块 C 型钢板和 1 块 D 型钢板；用 1 块 B 型钢板可制成 1 块 C 型钢板和 3 块 D 型钢板．现准备购买 A、B 型钢板共 100 块，并全部加工成 C、D 型钢板．要求 C 型钢板不少于 120 块，D 型钢板不少于 250 块，设购买 A 型钢板 x 块（x 为整数）

（1）求 A、B 型钢板的购买方案共有多少种？

（2）出售 C 型钢板每块利润为 100 元，D 型钢板每块利润为 120 元．若童威将 C、D 型钢板全部出售，请你设计获利最大的购买方案．

【分析】（1）根据“C 型钢板不少于 120 块，D 型钢板不少于 250 块”建立不等式组，即可得出结论；

（2）先建立总利润和 x 的关系，即可得出结论．

【解答】解：设购买 A 型钢板 x 块，则购买 B 型钢板（100 - x）块，

根据题意得，$\begin{cases}2x+(100-x)\geqslant 120\\ x+3(100-x)\geqslant 250\end{cases}$，

解得，20≤x≤25，

∵x 为整数，

∴x=20，21，22，23，24，25 共 6 种方案，

即：A、B 型钢板的购买方案共有 6 种；

（2）设总利润为 w，根据题意得，

w=100（2x+100 - x）+120（x+300 - 3x）=100x+10000 - 240x+36000= - 14x+46000，

∵ - 14＜0，

∴当 x=20 时，w_{max}= - 14×20+46000=45740 元，

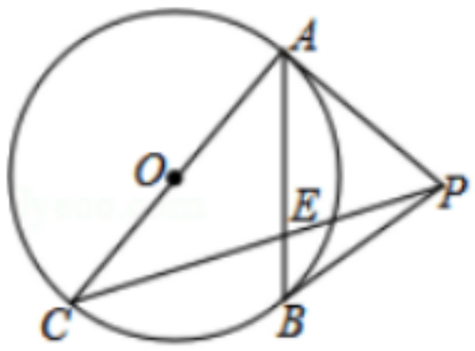
即：购买 A 型钢板 20 块，B 型钢板 80 块时，获得的利润最大．

【点评】此题主要考查了二元一次不等式组的应用，一次函数的性质，根据题意得出正确的等量关系是解题关键．

21.（8 分）如图，PA 是⊙O 的切线，A 是切点，AC 是直径，AB 是弦，连接 PB、PC，PC 交 AB 于点 E，且 PA=PB．

（1）求证：PB 是⊙O 的切线；

（2）若∠APC=3∠BPC，求$\frac{PE}{CE}$的值．



【分析】（1）想办法证明△PAO≌△PBO．可得∠PAO=∠PBO=90°；

（2）首先证明 BC=2OK，设 OK=a，则 BC=2a，再证明 BC=PB=PA=2a，由△PAK∽△POA，可得 $PA^2=PK\bullet PO$，设 PK=x，则有：$x^2+ax-4a^2=0$，解得 $x=\frac{\sqrt{17}-1}{2}a$（负根已经舍弃），推出 $PK=\frac{\sqrt{17}-1}{2}a$，由 PK∥BC，可得$\frac{PE}{EC}=\frac{PK}{BC}=\frac{\sqrt{17}-1}{4}$；

【解答】（1）证明：连接 OP、OB．

∵PA 是⊙O 的切线，

∴PA⊥OA，

∴∠PAO=90°，

∵PA=PB，PO=PO，OA=OB，

∴△PAO≌△PBO．

∴∠PAO=∠PBO=90°，

∴PB⊥OB，

∴PB 是⊙O 的切线．

（2）设 OP 交 AB 于 K．

∵AB 是直径，

∴∠ABC=90°，

∴AB⊥BC，

∵PA、PB 都是切线，

∴PA=PB，∠APO=∠BPO，

∵OA=OB，

∴OP 垂直平分线段 AB，

∴OK∥BC，

∵AO=OC，

∴AK=BK，

∴BC=2OK，设 OK=a，则 BC=2a，

∵∠APC=3∠BPC，∠APO=∠OPB，

∴∠OPC=∠BPC=∠PCB，

∴BC=PB=PA=2a，

∵△PAK∽△POA，

∴PA^2=PK•PO，设 PK=x，

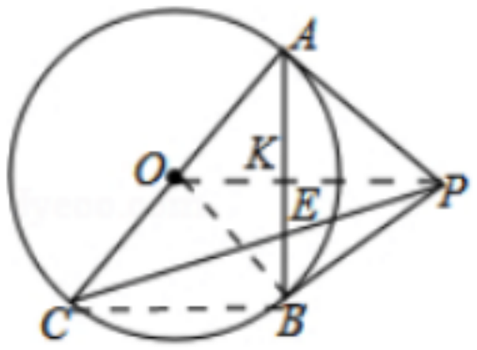
则有：$x^2+ax-4a^2=0$，

解得 $x=\frac{\sqrt{17}-1}{2}a$（负根已经舍弃），

∴$PK=\frac{\sqrt{17}-1}{2}a$，

∵PK∥BC，

∴$\frac{PE}{EC}=\frac{PK}{BC}=\frac{\sqrt{17}-1}{4}$.



【点评】本题考查相似三角形的判定和性质、圆周角定理、切线的判定和性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形或相似三角形解决问题，学会利用参数解决问题，属于中考常考题型.

22.（10 分）已知点 A（a，m）在双曲线 $y=\frac{8}{x}$上且 m＜0，过点 A 作 x 轴的垂线，垂足为 B.

（1）如图 1，当 a=﹣2 时，P（t，0）是 x 轴上的动点，将点 B 绕点 P 顺时针旋转 90°至点 C，

①若 t=1，直接写出点 C 的坐标；

②若双曲线 $y=\frac{8}{x}$经过点 C，求 t 的值.

（2）如图 2，将图 1 中的双曲线 $y=\frac{8}{x}$（x＞0）沿 y 轴折叠得到双曲线 $y=-\frac{8}{x}$（x＜0），将线段 OA 绕点 O 旋转，点 A 刚好落在双曲线 $y=-\frac{8}{x}$（x＜0）上的点 D（d，n）处，求 m 和 n 的数量关系.

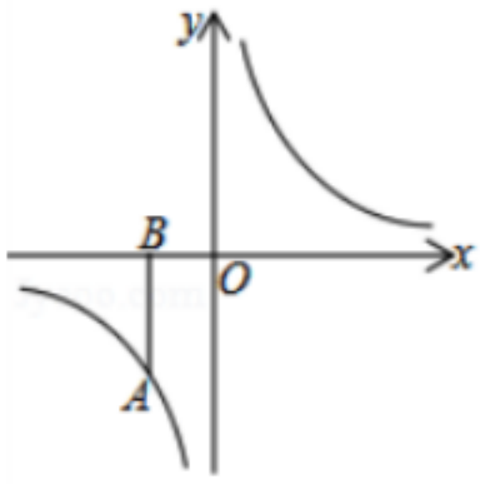


图 1

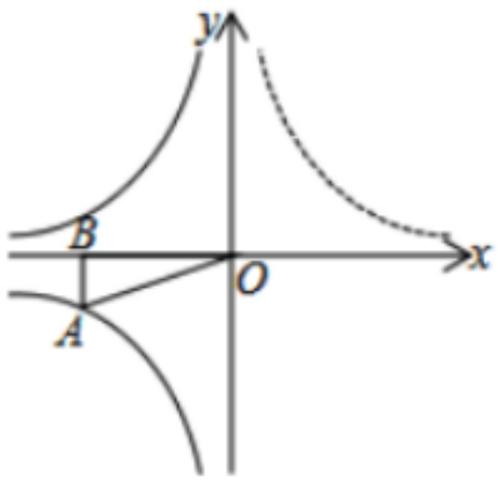


图 2

【分析】（1）①如图 1 - 1 中，求出 PB、PC 的长即可解决问题；

②图 1 - 2 中，由题意 C（t，t+2），理由待定系数法，把问题转化为方程解决即可；

（2）分两种情形①当点 A 与点 D 关于 x 轴对称时，A（a，m），D（d，n），可得 m+n=0.

②当点 A 绕点 O 旋转 90°时，得到 D′，D′在 $y=-\frac{8}{x}$上，作 D′H⊥y 轴，则△ABO≌△D′HO，推出 OB=OH，AB=D′H，由 A（a，m），推出 D′（m，－a），即 D′（m，n），由 D′在 $y=-\frac{8}{x}$上，可得 mn=－8；

【解答】解：（1）①如图 1 - 1 中，

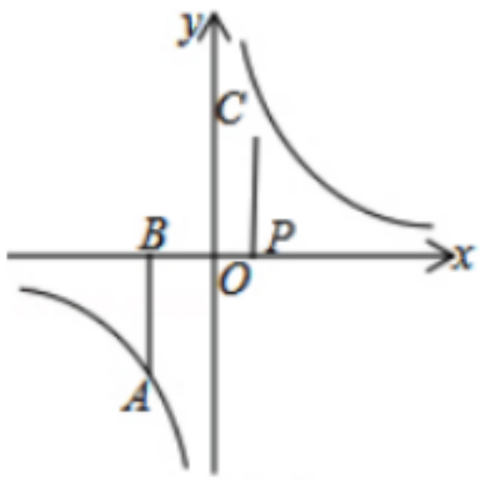


图 1-1

由题意：B（－2，0），P（1，0），PB=PC=3，

∴C（1，3）.

②图 1 - 2 中，由题意 C（t，t+2），

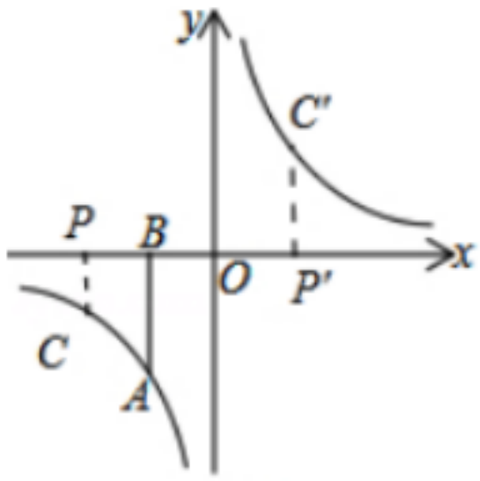


图 1-2

∵点 C 在 $y=\frac{8}{x}$上，

∴t（t+2）=8，

∴t= - 4 或 2，

（2）如图 2 中，

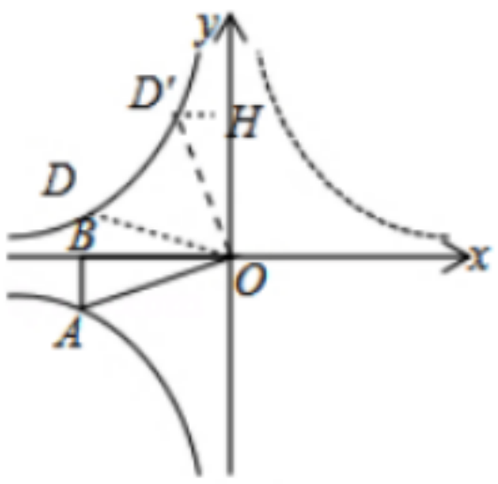


图 2

①当点 A 与点 D 关于 x 轴对称时，A（a，m），D（d，n），

∴m+n=0.

②当点 A 绕点 O 旋转 90°时，得到 D′，D′在 $y=-\frac{8}{x}$上，

作 D′H⊥y 轴，则△ABO≌△D′HO，

∴OB=OH，AB=D′H，

∵A（a，m），

∴D′（m，﹣a），即 D′（m，n），

∵D′在 $y=-\frac{8}{x}$上，

∴mn= - 8，

综上所述，满足条件的 m、n 的关系是 m+n=0 或 mn= - 8.

【点评】本题考查反比例函数综合题、旋转变换、待定系数法、全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题，学会添加辅助

线，构造全等三角形解决问题，属于中考压轴题．

23．（10 分）在△ABC 中，∠ABC=90°．

（1）如图 1，分别过 A、C 两点作经过点 B 的直线的垂线，垂足分别为 M、N，求证：△ABM∽△BCN；

（2）如图 2，P 是边 BC 上一点，∠BAP=∠C，tan∠PAC=$\frac{2\sqrt{5}}{5}$，求 tanC 的值；

（3）如图 3，D 是边 CA 延长线上一点，AE=AB，∠DEB=90°，sin∠BAC=$\frac{3}{5}$，$\frac{AD}{AC}=\frac{2}{5}$，直接写出 tan∠CEB 的值．

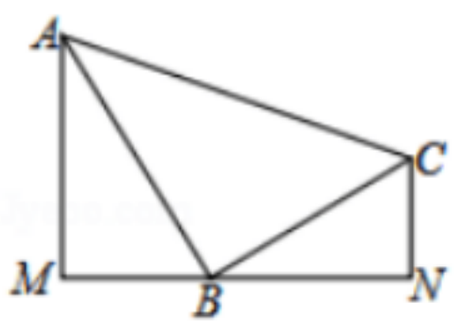


图 1

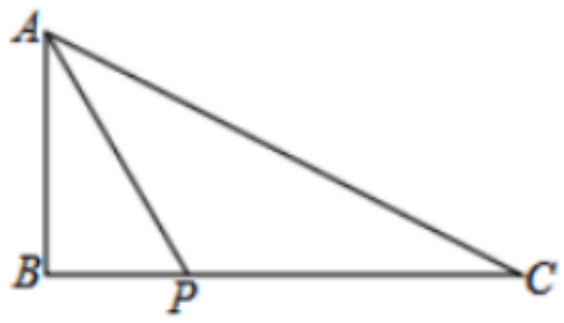


图 2

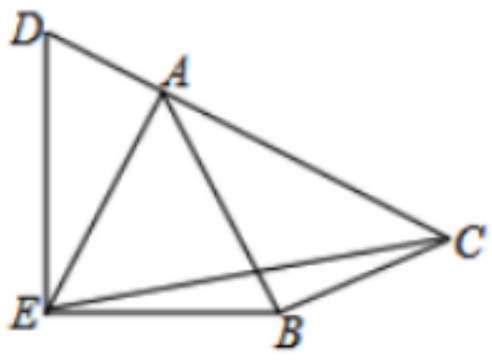


图 3

【分析】（1）利用同角的余角相等判断出∠BAM=∠CBN，即可得出结论；

（2）先判断出△ABP∽△PQF，得出$\frac{AB}{PQ}=\frac{BP}{FQ}=\frac{AP}{PF}=\frac{\sqrt{5}}{2}$，再判断出△ABP∽△CQF，得出 CQ=2a，进而建立方程用 b 表示出 a，即可得出结论；

（3）先判断出$\frac{GH}{EG}=\frac{AC}{AD}=\frac{5}{2}$，再同（2）的方法，即可得出结论．

【解答】解：（1）∵AM⊥MN，CN⊥MN，

∴∠AMB=∠BNC=90°，

∴∠BAM+∠ABM=90°，

∵∠ABC=90°，

∴∠ABM+∠CBN=90°，

∴∠BAM=∠CBN，

∵∠AMB=∠NBC，

∴△ABM∽△BCN；

（2）如图 2，

过点 P 作 PF⊥AP 交 AC 于 F，

在 Rt△AFP 中，$\tan\angle PAC=\frac{PF}{AP}=\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{2}{\sqrt{5}}$，

同（1）的方法得，△ABP∽△PQF，

$\therefore\frac{AB}{PQ}=\frac{BP}{FQ}=\frac{AP}{PF}=\frac{\sqrt{5}}{2}$，

设 $AB=\sqrt{5}a$，$PQ=2a$，$BP=\sqrt{5}b$，$FQ=2b$（$a>0$，$b>0$），

∵∠BAP=∠C，∠B=∠CQF=90°，

∴△ABP∽△CQF，

$\therefore\frac{CQ}{AB}=\frac{FQ}{BP}$，$\therefore CQ=\frac{AB\cdot FQ}{BP}=2a$，

∵$BC=BP+PQ+CQ=\sqrt{5}b+2a+2a=4a+\sqrt{5}b$

∵∠BAP=∠C，∠B=∠B=90°，

∴△ABP∽△CBA，

$\therefore\frac{AB}{BC}=\frac{BP}{AB}$，

$\therefore BC=\frac{AB\times AB}{BP}=\frac{5a^2}{\sqrt{5}b}=\frac{\sqrt{5}a^2}{b}$，

$\therefore 4a+\sqrt{5}b=\frac{\sqrt{5}a^2}{b}$，$a=\frac{\sqrt{5}}{5}b$，

$\therefore BC=4\times\frac{\sqrt{5}}{5}b+\sqrt{5}b=\frac{9\sqrt{5}}{5}b$，$AB=\sqrt{5}a=b$，

在 Rt△ABC 中，$\tan C=\frac{AB}{BC}=\frac{\sqrt{5}}{9}$；

（3）

在 Rt△ABC 中，$\sin\angle BAC=\frac{BC}{AC}=\frac{3}{5}$，

过点 A 作 AG⊥BE 于 G，过点 C 作 CH⊥BE 交 EB 的延长线于 H，

∵∠DEB=90°，

∴CH // AG // DE，

$\therefore\frac{GH}{EG}=\frac{AC}{AD}=\frac{5}{2}$

同（1）的方法得，△ABG∽△BCH

$\therefore\frac{BG}{CH}=\frac{AG}{BH}=\frac{AB}{BC}=\frac{4}{3}$，

设 BG=4m，CH=3m，AG=4n，BH=3n，

∵AB=AE，AG⊥BE，

∴EG=BG=4m，

∴GH=BG+BH=4m+3n，

∴$\frac{4m+3n}{4m}=\frac{5}{2}$，

∴n=2m，

∴EH=EG+GH=4m+4m+3n=8m+3n=8m+6m=14m，

在 Rt△CEH 中，tan∠BEC=$\frac{CH}{EH}=\frac{3}{14}$.

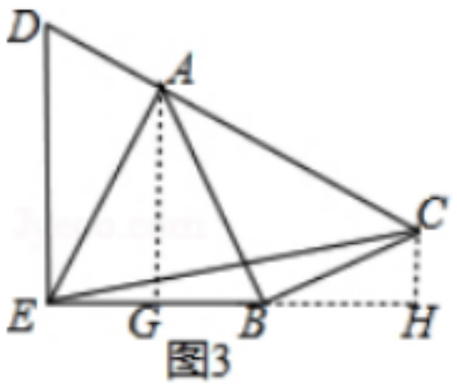


图3

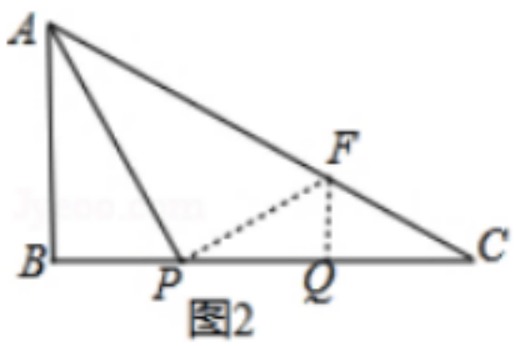


图2

【点评】此题是相似形综合题，主要考查了同角的余角相等，相似三角形的判定和性质，锐角三角函数，平行线分线段成比例定理，构造图 1 是解本题的关键.

24.（12 分）抛物线 L：$y=-x^2+bx+c$ 经过点 A（0，1），与它的对称轴直线 x=1 交于点 B.

（1）直接写出抛物线 L 的解析式；

（2）如图 1，过定点的直线 y=kx－k+4（k＜0）与抛物线 L 交于点 M、N．若△BMN 的面积等于 1，求 k 的值；

（3）如图 2，将抛物线 L 向上平移 m（m＞0）个单位长度得到抛物线 L_1，抛物线 L_1 与 y 轴交于点 C，过点 C 作 y 轴的垂线交抛物线 L_1 于另一点 D．F 为抛物线 L_1 的对称轴与 x 轴的交点，P 为线段 OC 上一点．若△PCD 与△POF 相似，并且符合条件的点 P 恰有 2 个，求 m 的值及相应点 P 的坐标.

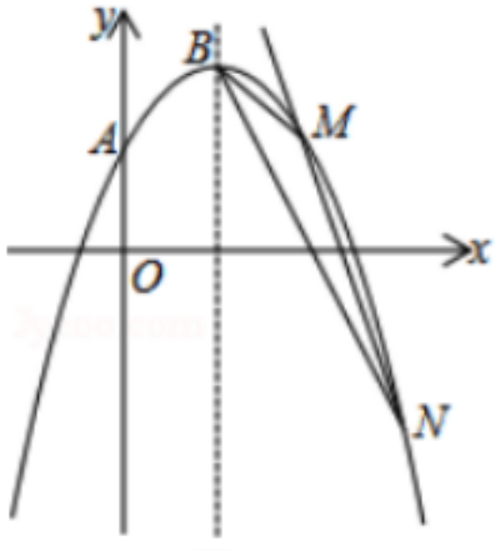


图 1

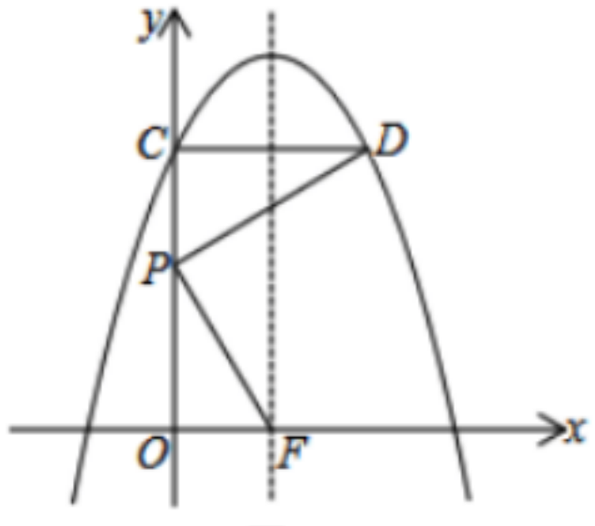


图 2

【分析】（1）根据对称轴为直线 x=1 且抛物线过点 A（0，1）求解可得；

（2）根据直线 y=kx﹣k+4=k（x﹣1）+4 知直线所过定点 G 坐标为（1，4），从而得出 BG=2，由 $S_{\triangle BMN}=S_{\triangle BNG}-S_{\triangle BMG}=\frac{1}{2}BG\bullet x_N-\frac{1}{2}BG\bullet x_M=1$ 得出 $x_N-x_M=1$，联立直线和抛物线解析式求得 $x=\frac{2-k\pm\sqrt{k^2-8}}{2}$，根据 $x_N-x_M=1$ 列出关于 k 的方程，解之可得；

（3）设抛物线 L_1 的解析式为 $y=-x^2+2x+1+m$，知 C（0，1+m）、D（2，1+m）、F（1，0），再设 P（0，t），分△PCD∽△POF 和△PCD∽△POF 两种情况，由对应边成比例得出关于 t 与 m 的方程，利用符合条件的点 P 恰有 2 个，结合方程的解的情况求解可得.

【解答】解：（1）由题意知 $\begin{cases}-\frac{b}{2\times(-1)}=1\\ c=1\end{cases}$，

解得：b=2、c=1，

∴抛物线 L 的解析式为 $y=-x^2+2x+1$；

（2）如图 1，

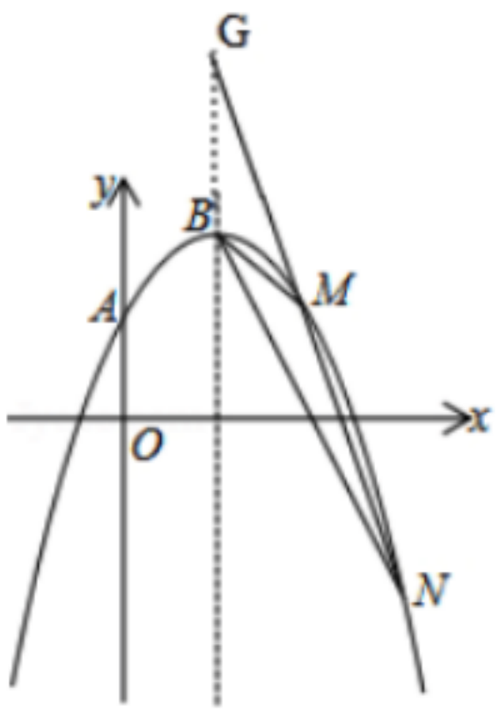


图 1

∵y=kx﹣k+4=k（x﹣1）+4，

∴当 x=1 时，y=4，即该直线所过定点 G 坐标为（1，4），

∵$y=-x^2+2x+1=-(x-1)^2+2$，

∴点 B（1，2），

则 BG=2，

∵$S_{\triangle BMN}=1$，即 $S_{\triangle BNG}-S_{\triangle BMG}=\frac{1}{2}BG\cdot x_N-\frac{1}{2}BG\cdot x_M=1$，

∴$x_N-x_M=1$，

由 $\begin{cases}y=kx-k+4\\y=-x^2-2x+1\end{cases}$ 得 $x^2+(k-2)x-k+3=0$，

解得：$x=\frac{2-k\pm\sqrt{(k-2)^2-4(3-k)}}{2}=\frac{2-k\pm\sqrt{k^2-8}}{2}$，

则 $x_N=\frac{2-k+\sqrt{k^2-8}}{2}$、$x_M=\frac{2-k-\sqrt{k^2-8}}{2}$，

由 $x_N-x_M=1$ 得 $\sqrt{k^2-8}=1$，

∴$k=\pm3$，

∵$k<0$，

∴$k=-3$；

（3）如图 2，

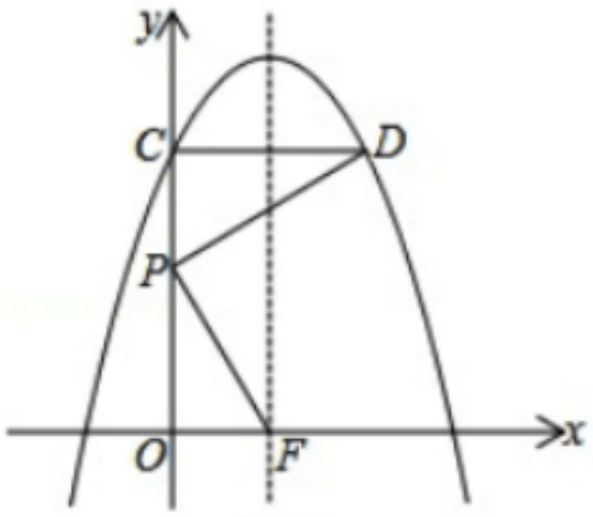


图 2

设抛物线 L_1 的解析式为 $y=-x^2+2x+1+m$，

∴C（0，1+m）、D（2，1+m）、F（1，0），

设 P（0，t），

①当△PCD∽△FOP 时，$\frac{PC}{CD}=\frac{FO}{OP}$，

∴$\frac{1+m-t}{2}=\frac{1}{t}$，

∴$t^2-(1+m)t+2=0$；

②当△PCD∽△POF 时，$\frac{PC}{CD}=\frac{PO}{OF}$，

∴$\frac{1+m-t}{2}=\frac{t}{1}$，

∴$t=\frac{1}{3}(m+1)$；

（ ）当方程①有两个相等实数根时，

△=$(1+m)^2-8=0$，

解得：$m=2\sqrt{2}-1$（负值舍去），

此时方程①有两个相等实数根 $t_1=t_2=\sqrt{2}$，

方程②有一个实数根 $t=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

∴$m=2\sqrt{2}-1$，

此时点 P 的坐标为（0，$\sqrt{2}$）和（0，$\frac{2\sqrt{2}}{3}$）；

（ ）当方程①有两个不相等的实数根时，

把②代入①，得：$\frac{1}{9}(m+1)^2-\frac{1}{3}(m+1)+2=0$，

解得：m=2（负值舍去），

此时，方程①有两个不相等的实数根 $t_1=1$、$t_2=2$，

方程①有一个实数根 t=1，

∴m=2，此时点 P 的坐标为（0，1）和（0，2）；

综上，当 m=$2\sqrt{2}$－1 时，点 P 的坐标为（0，$\sqrt{2}$）和（0，$\frac{2\sqrt{2}}{3}$）；

当 m=2 时，点 P 的坐标为（0，1）和（0，2）.

【点评】本题主要考查二次函数的应用，解题的关键是掌握待定系数法求函数解析式、利用割补法求三角形的面积建立关于 k 的方程及相似三角形的判定与性质等知识点.

YOUJ
365优教
大学生共享家教联盟

致力于用榜样的力量提升学生成绩的共享家教平台

中国家庭教育学会荣誉会员单位

985/211大学生

1对1上门辅导

找家教就像叫“代驾”一样简单

家长们都在偷偷用的家教预约神器

记得拍照留存哦

扫码关注 预约上门

关注送200元优惠券

小初高全科辅导

学霸云集任您挑

学历真实可担保

与优秀大学生同行，激发孩子无限潜能

微信搜索公众号：365优教网

咨询热线：4000—711—365

YOUJ优教

既是找老师，更是找榜样

家教老师全国招募中