2018浙江中考数学真题 by 数学大师

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分）

1.（3分）﹣3的相反数是（　　）

A．3　B．﹣3 C．$\frac{1}{3}$　D．﹣$\frac{1}{3}$

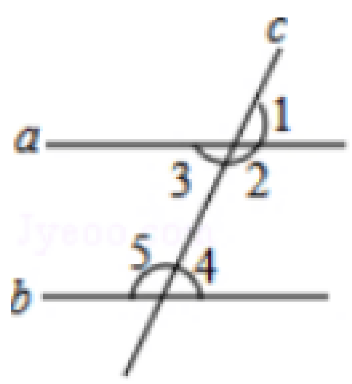
【分析】根据相反数的概念解答即可．

【解答】解：﹣3的相反数是3，

故选：A．

【点评】本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“﹣”号；一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0的相反数是0．

2.（3分）如图，直线a，b被直线c所截，那么∠1的同位角是（　　）



A．∠2 B．∠3 C．∠4 D．∠5

【分析】根据同位角就是：两个角都在截线的同旁，又分别处在被截的两条直线同侧的位置的角解答即可．

【解答】解：由同位角的定义可知，

∠1的同位角是∠4，

故选：C．

【点评】此题考查同位角问题，解答此类题确定三线八角是关键，可直接从截线入手．对平面几何中概念的理解，一定要紧扣概念中的关键词语，要做到对它们正确理解．

3.（3分）根据衢州市统计局发布的统计数据显示，衢州市2017年全市生产总

值为 138000000000 元，按可比价格计算，比上年增长 7.3%，数据 138000000000 元用科学记数法表示为（　　）

A．1.38×10^{10} 元　　B．1.38×10^{11} 元　　C．1.38×10^{12} 元　　D．0.138×10^{12} 元

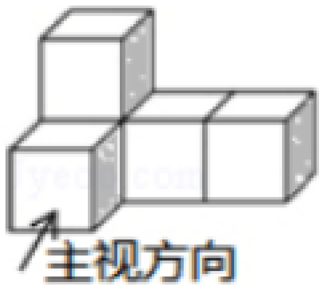
【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞1 时，n 是正数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负数．

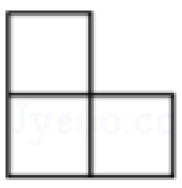
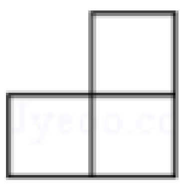
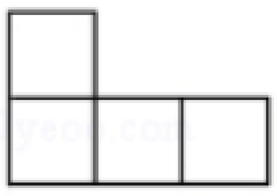
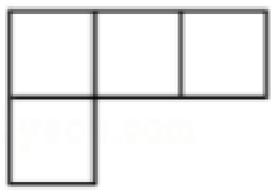
【解答】解：将 138000000000 用科学记数法表示为：1.38×10^{11}．

故选：B．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

4．（3 分）由五个大小相同的正方体组成的几何体如图所示，那么它的主视图是（　　）



A． B． C． D．

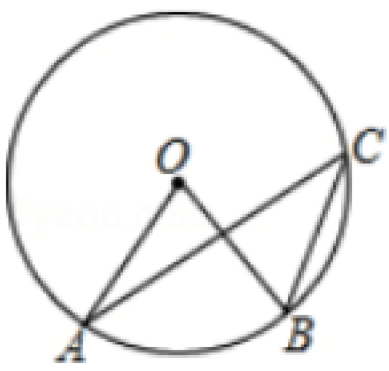
【分析】得到从几何体正面看得到的平面图形即可．

【解答】解：从正面看得到 3 列正方形的个数依次为 2，1，1，

故选：C．

【点评】考查三视图的相关知识；掌握主视图是从几何体正面看得到的平面图形是解决本题的关键．

5．（3 分）如图，点 A，B，C 在⊙O 上，∠ACB=35°，则∠AOB 的度数是（　　）



A．75° B．70° C．65° D．35°

【分析】直接根据圆周角定理求解．

【解答】解：∵∠ACB=35°，

∴∠AOB=2∠ACB=70°．

故选：B．

【点评】本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．

6．（3 分）某班共有 42 名同学，其中有 2 名同学习惯用左手写字，其余同学都习惯用右手写字，老师随机请 1 名同学解答问题，习惯用左手写字的同学被选中的概率是（　　）

A．0 B．$\frac{1}{21}$ C．$\frac{1}{42}$ D．1

【分析】直接利用概率公式计算得出答案．

【解答】解：∵某班共有 42 名同学，其中有 2 名同学习惯用左手写字，其余同学都习惯用右手写字，

∴老师随机请 1 名同学解答问题，习惯用左手写字的同学被选中的概率是：$\frac{2}{42}=\frac{1}{21}$．

故选：B．

【点评】此题主要考查了概率公式，利用符合题意数据与总数的比值=概率求出是解题关键．

7．（3 分）不等式 $3x+2\geqslant 5$ 的解集是（　　）

A．$x\geqslant 1$ B．$x\geqslant \frac{7}{3}$ C．$x\leqslant 1$D．$x\leqslant -1$

【分析】根据一元一次不等式的解法即可求出答案．

【解答】解：$3x\geqslant 3$

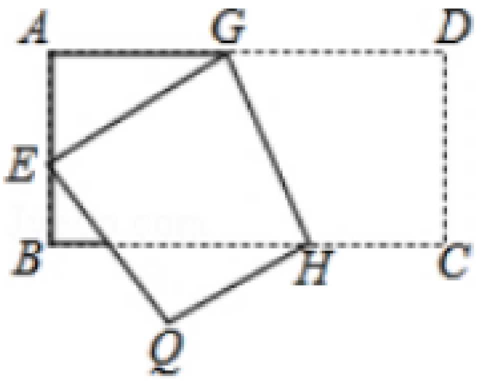
$x\geqslant 1$

故选：A．

【点评】本题考查一元一次不等式的解法，解题的关键是熟练运用一元一次不等

式的解法，本题属于基础题型．

8．（3 分）如图，将矩形 ABCD 沿 GH 折叠，点 C 落在点 Q 处，点 D 落在 AB 边上的点 E 处，若∠AGE=32°，则∠GHC 等于（　　）



A．112°B．110°C．108°D．106°

【分析】由折叠可得，∠DGH=$\frac{1}{2}$∠DGE=74°，再根据 AD∥BC，即可得到∠GHC=180°﹣∠DGH=106°．

【解答】解：∵∠AGE=32°，

∴∠DGE=148°，

由折叠可得，∠DGH=$\frac{1}{2}$∠DGE=74°，

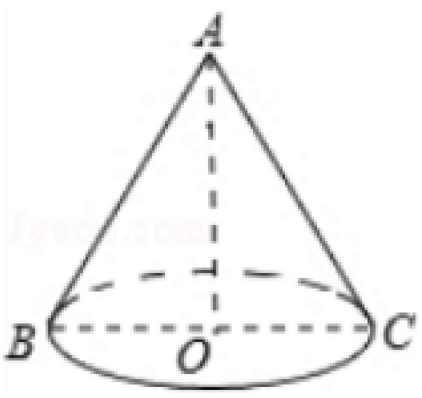
∵AD∥BC，

∴∠GHC=180°﹣∠DGH=106°，

故选：D．

【点评】本题主要考查了平行线的性质，解题时注意：两直线平行，同旁内角互补．

9．（3 分）如图，AB 是圆锥的母线，BC 为底面半径，已知 BC=6cm，圆锥的侧面积为 15πcm^2，则 sin∠ABC 的值为（　　）



A．$\frac{3}{4}$　B．$\frac{3}{5}$　C．$\frac{4}{5}$　D．$\frac{5}{3}$

【分析】先根据扇形的面积公式 S=$\frac{1}{2}$L•R 求出母线长，再根据锐角三角函数的定

义解答即可．

【解答】解：设圆锥的母线长为 R，由题意得

$15\pi=\pi\times3\times R$，

解得 $R=5$．

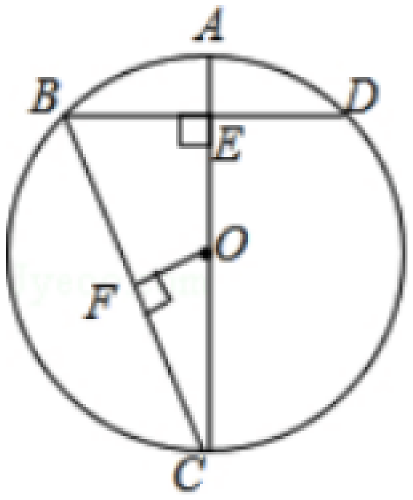
∴圆锥的高为 4，

∴$\sin\angle ABC=\frac{AO}{AB}=\frac{4}{5}$，

故选：C．

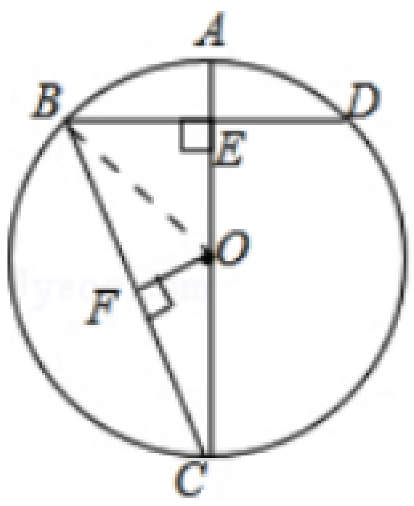
【点评】本题考查圆锥侧面积公式的运用，注意一个角的正弦值等于这个角的对边与斜边之比．

10．（3 分）如图，AC 是⊙O 的直径，弦 $BD\perp AO$ 于 E，连接 BC，过点 O 作 $OF\perp BC$ 于 F，若 BD=8cm，AE=2cm，则 OF 的长度是（　　）



A．3cm B．$\sqrt{6}$cm　C．2.5cm　D．$\sqrt{5}$cm

【分析】根据垂径定理得出 OE 的长，进而利用勾股定理得出 BC 的长，再利用相似三角形的判定和性质解答即可．



【解答】解：连接 OB，

∵AC 是⊙O 的直径，弦 $BD\perp AO$ 于 E，BD=8cm，AE=2cm，

在 Rt△OEB 中，$OE^2+BE^2=OB^2$，

即 $OE^2+4^2=(OE+2)^2$

解得：OE=3，

∴$OB=3+2=5$，

∴$EC=5+3=8$，

在 Rt△EBC 中，$BC=\sqrt{BE^2+EC^2}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$，

∵$OF\perp BC$，

∴$\angle OFC=\angle CEB=90°$，

∵$\angle C=\angle C$，

∴$\triangle OFC\backsim\triangle BEC$，

∴$\frac{OF}{BE}=\frac{OC}{BC}$，

即$\frac{OF}{4}=\frac{5}{4\sqrt{5}}$，

解得：$OF=\sqrt{5}$，

故选：D．

【点评】此题考查垂径定理，关键是根据垂径定理得出 OE 的长．

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

11．（4 分）分解因式：$x^2-9=$___(x+3)（x﹣3）___．

【分析】本题中两个平方项的符号相反，直接运用平方差公式分解因式．

【解答】解：$x^2-9=(x+3)(x-3)$．

故答案为：$(x+3)(x-3)$．

【点评】主要考查平方差公式分解因式，熟记能用平方差公式分解因式的多项式的特征，即“两项、异号、平方形式”是避免错用平方差公式的有效方法．

12．（4 分）数据 5，5，4，2，3，7，6 的中位数是__5__．

【分析】找中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数（或两个数的平均数）为中位数．

【解答】解：从小到大排列此数据为：2、3、4、5、5、6、7，

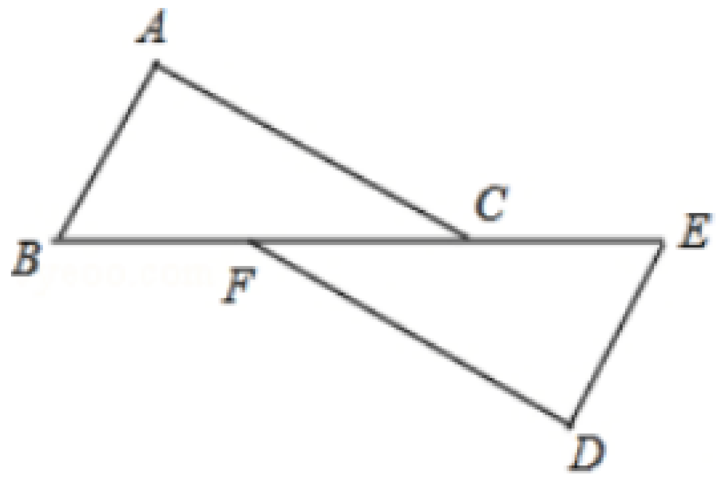
一共 7 个数据，其中 5 处在第 4 位为中位数．

故答案为：5．

【点评】考查了确定一组数据的中位数的能力．注意找中位数的时候一定要先排

好顺序，然后再根据奇数和偶数个来确定中位数，如果数据有奇数个，则正中间的数字即为所求，如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

13.（4 分）如图，在△ABC 和△DEF 中，点 B，F，C，E 在同一直线上，BF=CE，AB∥DE，请添加一个条件，使△ABC≌△DEF，这个添加的条件可以是 AB=ED（只需写一个，不添加辅助线）.



【分析】根据等式的性质可得 BC=EF，根据平行线的性质可得∠B=∠E，再添加 AB=ED 可利用 SAS 判定△ABC≌△DEF.

【解答】解：添加 AB=ED，

∵BF=CE，

∴BF+FC=CE+FC，

即 BC=EF，

∵AB∥DE，

∴∠B=∠E，

在△ABC 和△DEF 中 $\begin{cases} AB=ED \\ \angle B=\angle E, \\ CB=EF \end{cases}$

∴△ABC≌△DEF（SAS），

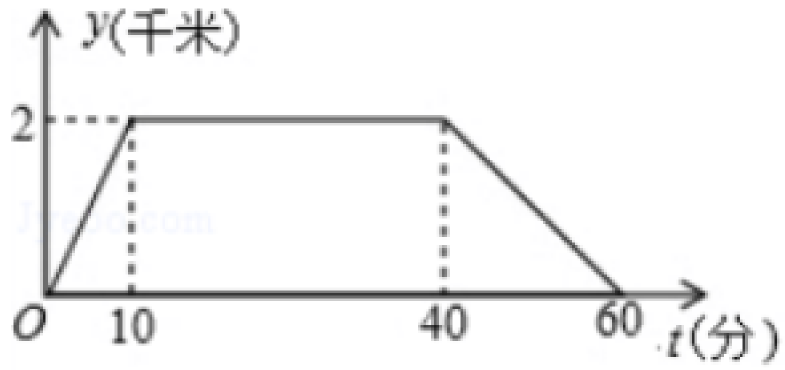
故答案为：AB=ED.

【点评】本题考查三角形全等的判定方法，判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、ASA、AAS、HL.

注意：AAA、SSA 不能判定两个三角形全等，判定两个三角形全等时，必须有边的参与，若有两边一角对应相等时，角必须是两边的夹角.

14.（4 分）星期天，小明上午 8：00 从家里出发，骑车到图书馆去借书，再骑车回到家．他离家的距离 y（千米）与时间 t（分钟）的关系如图所示，则上午 8：

45 小明离家的距离是___1.5___千米．



【分析】首先设当 40≤t≤60 时，距离 y（千米）与时间 t（分钟）的函数关系为 y=kt+b，然后再把（40，2）（60，0）代入可得关于 k|B 的方程组，解出 k、b 的值，进而可得函数解析式，再把 t=45 代入即可．

【解答】解：设当 40≤t≤60 时，距离 y（千米）与时间 t（分钟）的函数关系为 y=kt+b，

∵图象经过（40，2）（60，0），

∴$\begin{cases}2=40t+b\\0=60t+b\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}t=-\dfrac{1}{10}\\b=6\end{cases}$，

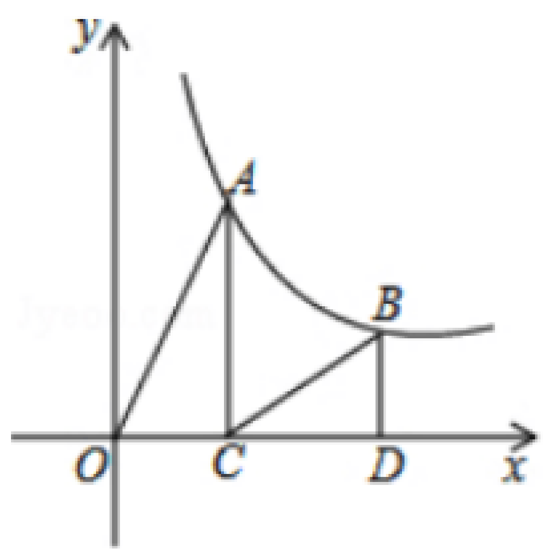
∴y 与 t 的函数关系式为 $y=-\dfrac{1}{10}x+6$，

当 t=45 时，$y=-\dfrac{1}{10}\times45+6=1.5$，

故答案为：1.5．

【点评】此题主要考查了一次函数的应用，关键是正确理解题意，掌握待定系数法求出函数解析式．

15．（4 分）如图，点 A，B 是反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$（x＞0）图象上的两点，过点 A，B 分别作 AC⊥x 轴于点 C，BD⊥x 轴于点 D，连接 OA，BC，已知点 C（2，0），BD=2，$S_{\triangle BCD}=3$，则 $S_{\triangle AOC}=$___5___．



【分析】由三角形 BCD 为直角三角形，根据已知面积与 BD 的长求出 CD 的长，由 OC+CD 求出 OD 的长，确定出 B 的坐标，代入反比例解析式求出 k 的值，利用反比例函数 k 的几何意义求出三角形 AOC 面积即可.

【解答】解：∵BD⊥CD，BD=2，

∴$S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}BD\bullet CD=3$，即 CD=3，

∵C（2，0），即 OC=2，

∴OD=OC+CD=2+3=5，

∴B（5，2），

代入反比例解析式得：k=10，即 $y=\frac{10}{x}$，

则 $S_{\triangle AOC}=5$，

故答案为：5

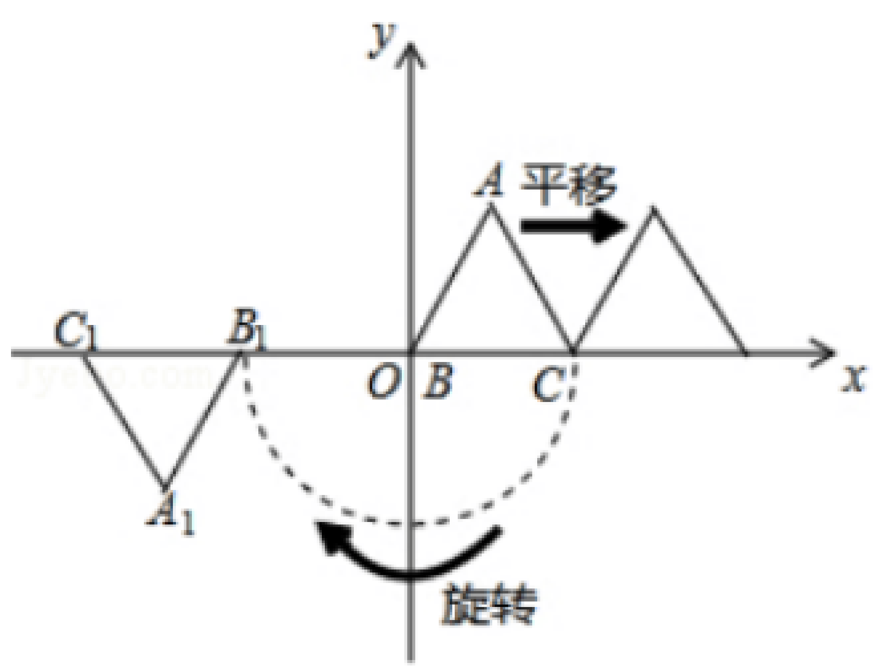
【点评】此题考查了反比例函数系数 k 的几何意义，以及反比例函数图象上点的坐标特征，熟练掌握反比例函数 k 的几何意义是解本题的关键.

16．（4 分）定义：在平面直角坐标系中，一个图形先向右平移 a 个单位，再绕原点按顺时针方向旋转 θ 角度，这样的图形运动叫作图形的 γ（a，θ）变换.

如图，等边△ABC 的边长为 1，点 A 在第一象限，点 B 与原点 O 重合，点 C 在 x 轴的正半轴上．$\triangle A_1B_1C_1$ 就是△ABC 经 γ（1，180°）变换后所得的图形.

若△ABC 经 γ（1，180°）变换后得$\triangle A_1B_1C_1$，$\triangle A_1B_1C_1$ 经 γ（2，180°）变换后得$\triangle A_2B_2C_2$，$\triangle A_2B_2C_2$ 经 γ（3，180°）变换后得$\triangle A_3B_3C_3$，依此类推……

$\triangle A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$ 经 γ（n，180°）变换后得$\triangle A_nB_nC_n$，则点 A_1 的坐标是____$(-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$____，点 A_{2018} 的坐标是____$(-\frac{2017}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$____.



【分析】分析图形的γ（a，θ）变换的定义可知：对图形γ（n，180°）变换，就是先进行向右平移n个单位变换，再进行关于原点作中心对称变换．向右平移n个单位变换就是横坐标加n，纵坐标不变，关于原点作中心对称变换就是横纵坐标都变为相反数．写出几次变换后的坐标可以发现其中规律．

【解答】解：根据图形的γ（a，θ）变换的定义可知：

对图形γ（n，180°）变换，就是先进行向右平移n个单位变换，再进行关于原点作中心对称变换．

△ABC经γ（1，180°）变换后得$\triangle A_1B_1C_1$，A_1坐标（$-\frac{3}{2}$，$-\frac{\sqrt{3}}{2}$）

$\triangle A_1B_1C_1$经γ（2，180°）变换后得$\triangle A_2B_2C_2$，A_2坐标（$-\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$）

$\triangle A_2B_2C_2$经γ（3，180°）变换后得$\triangle A_3B_3C_3$，A_3坐标（$-\frac{5}{2}$，$-\frac{\sqrt{3}}{2}$）

$\triangle A_3B_3C_3$经γ（4，180°）变换后得$\triangle A_4B_4C_4$，A_4坐标（$-\frac{3}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$）

$\triangle A_4B_4C_4$经γ（5，180°）变换后得$\triangle A_5B_5C_5$，A_5坐标（$-\frac{7}{2}$，$-\frac{\sqrt{3}}{2}$）

依此类推……

可以发现规律：A_n纵坐标为：$(-1)^n\frac{\sqrt{3}}{2}$

当n是奇数，A_n横坐标为：$-\frac{n+2}{2}$

当n是偶数，$A_{n\text{横}}$横坐标为：$-\frac{n-1}{2}$

当n=2018时，是偶数，A_{2018}横坐标是$-\frac{2017}{2}$，纵坐标为$\frac{\sqrt{3}}{2}$

故答案为：（$-\frac{3}{2}$，$-\frac{\sqrt{3}}{2}$），（$-\frac{2017}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$）．

【点评】本题是规律探究题，又是材料阅读理解题，关键是能正确理解图形的γ（a，θ）变换的定义后运用，关键是能发现连续变换后出现的规律，该题难点在于点的横纵坐标各自存在不同的规律，需要分别来研究．

三、解答题（本大题共8小题，第17-19小题每小题6分，第20-21小题每小题6分，第22-23小题每小题6分，第24小题12分，共66分）

17．（6分）计算：$|-2|-\sqrt{9}+2^3-(1-\pi)^0$．

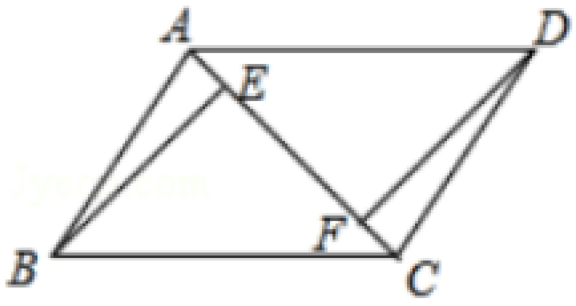
【分析】本题涉及绝对值、零指数幂、乘方、二次根式化简4个考点．在计算时，

需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果．

【解答】解：原式=2﹣3+8﹣1=6．

【点评】本题主要考查了实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型．解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算．

18．（6分）如图，在 ABCD 中，AC 是对角线，BE⊥AC，DF⊥AC，垂足分别为点E，F，求证：AE=CF．



【分析】由全等三角形的判定定理 AAS 证得△ABE≌△CDF，则对应边相等：AE=CF．

【解答】证明：如图，

∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴AB=CD，AB∥CD，

∴∠BAE=∠DCF．

又 BE⊥AC，DF⊥AC，

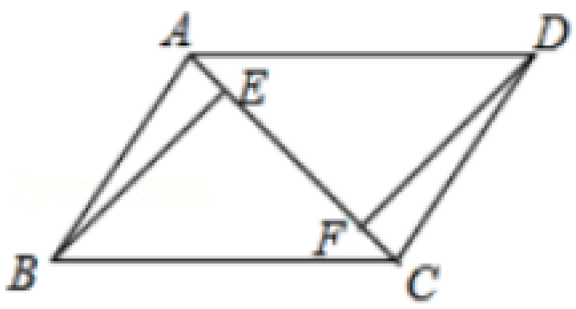
∴∠AEB=∠CFD=90°．

在△ABE 与△CDF 中，

$$\begin{cases}\angle AEB=\angle CFD\\ \angle BAE=\angle DCF,\\ AB=CD\end{cases}$$

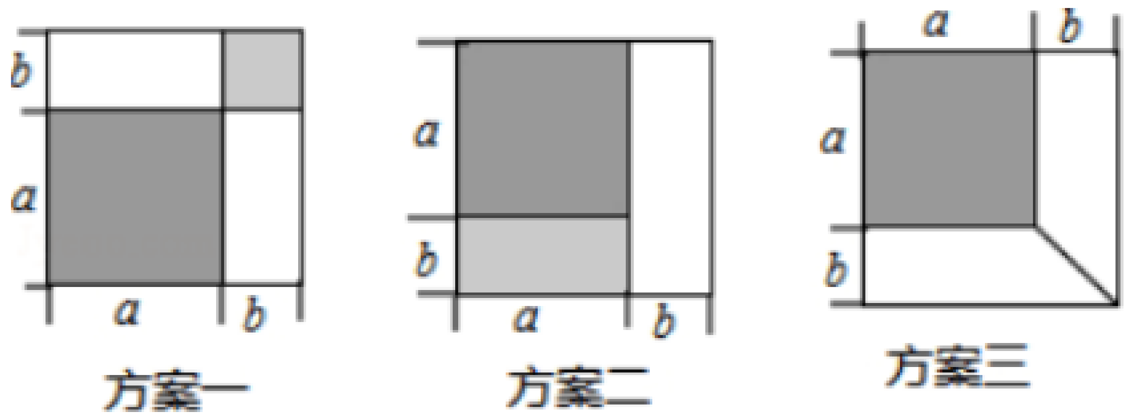
∴得△ABE≌△CDF（AAS），

∴AE=CF．



【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质，熟练掌握三角形全等的判定方法并准确识图是解题的关键．

19．（6 分）有一张边长为 a 厘米的正方形桌面，因为实际需要，需将正方形边长增加 b 厘米，木工师傅设计了如图所示的三种方案：



小明发现这三种方案都能验证公式：$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$，

对于方案一，小明是这样验证的：

$a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

请你根据方案二、方案三，写出公式的验证过程．

方案二：

方案三：

【分析】根据题目中的图形可以分别写出方案二和方案三的推导过程，本题得以解决．

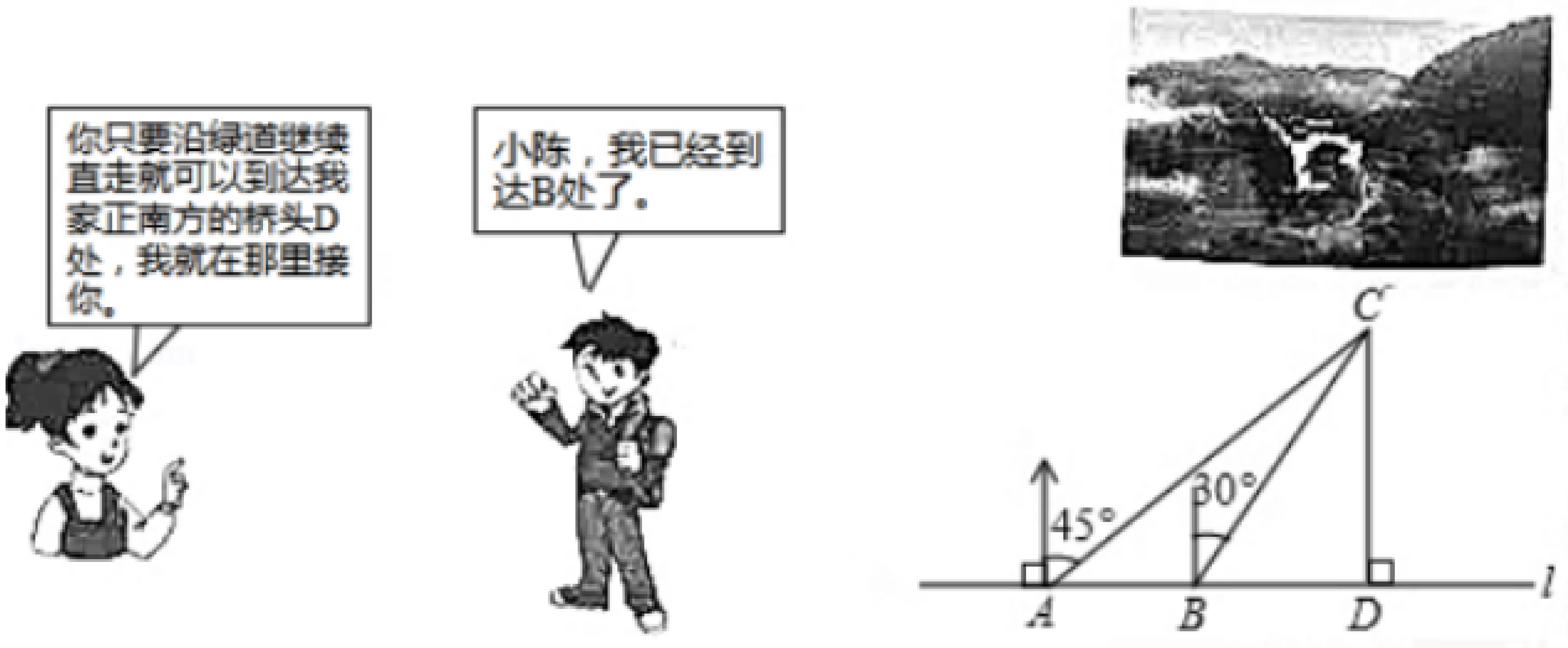
【解答】解：由题意可得，

方案二：$a^2+ab+(a+b)b=a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$，

方案三：$a^2+\frac{[a+(a+b)]b}{2}+\frac{[a+(a+b)]b}{2}=a^2+ab+\frac{1}{2}b^2+ab+\frac{1}{2}b^2=a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$．

【点评】本题考查完全平方公式的几何背景，解答本题的关键是明确题意，写出相应的推导过程．

20．（8 分）"五•一"期间，小明到小陈家所在的美丽乡村游玩，在村头 A 处小明接到小陈发来的定位，发现小陈家 C 在自己的北偏东 45°方向，于是沿河边笔直的绿道 l 步行 200 米到达 B 处，这时定位显示小陈家 C 在自己的北偏东 30°方向，如图所示，根据以上信息和下面的对话，请你帮小明算一算他还需沿绿道继续直走多少米才能到达桥头 D 处（精确到 1 米）（备用数据：$\sqrt{2}\approx1.414$，$\sqrt{3}\approx1.732$）



【分析】根据题意表示出 AD，DC 的长，进而得出等式求出答案．

【解答】解：如图所示：可得：∠CAD=45°，∠CBD=60°，AB=200m，

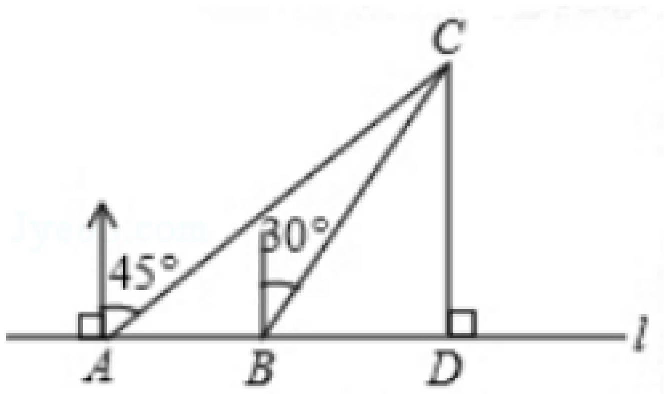
则设 BD=x，故 DC=$\sqrt{3}$x，

∵AD=DC，

∴200+x=$\sqrt{3}$x，

解得：x=100（$\sqrt{3}$+1）≈273，

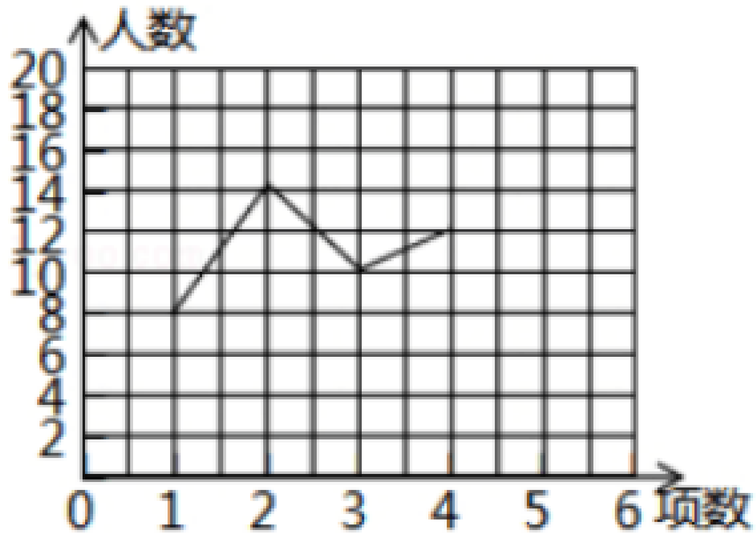
答：小明还需沿绿道继续直走 273 米才能到达桥头 D 处．



【点评】此题主要考查了解直角三角形的应用，正确得出 AD=DC 是解题关键．

21．（8 分）为响应“学雷锋、树新风、做文明中学生”号召，某校开展了志愿者服务活动，活动项目有“戒毒宣传”、“文明交通岗”、“关爱老人”、“义务植树”、“社区服务”等五项，活动期间，随机抽取了部分学生对志愿者服务情况进行调查，结果发现，被调查的每名学生都参与了活动，最少的参与了 1 项，最多的参与了 5 项，根据调查结果绘制了如图所示不完整的折线统计图和扇形统计图．

被抽样学生参与志愿者活动情况折线统计图 被抽样学生参与志愿者活动情况扇形统计图



（1）被随机抽取的学生共有多少名？

（2）在扇形统计图中，求活动数为 3 项的学生所对应的扇形圆心角的度数，并补全折线统计图；

（3）该校共有学生 2000 人，估计其中参与了 4 项或 5 项活动的学生共有多少人？

【分析】（1）利用活动数为 2 项的学生的数量以及百分比，即可得到被随机抽取的学生数；

（2）利用活动数为 3 项的学生数，即可得到对应的扇形圆心角的度数，利用活动数为 5 项的学生数，即可补全折线统计图；

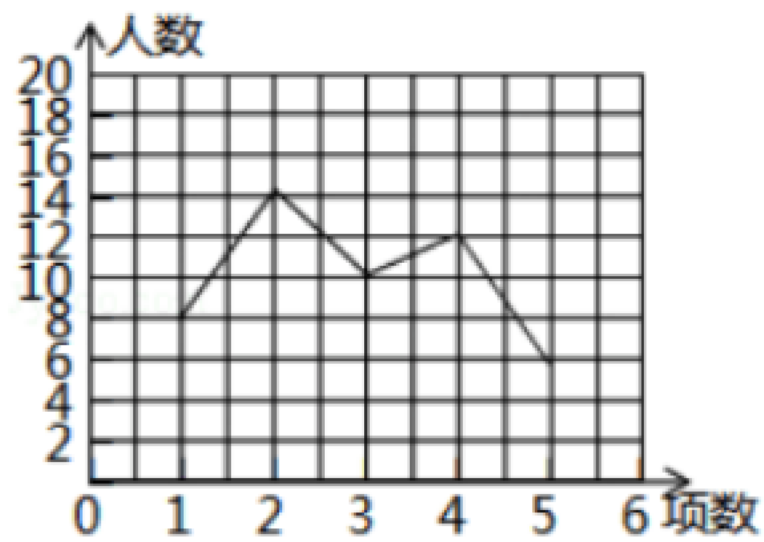
（3）利用参与了 4 项或 5 项活动的学生所占的百分比，即可得到全校参与了 4 项或 5 项活动的学生总数.

【解答】解：（1）被随机抽取的学生共有 14÷28%=50（人）；

（2）活动数为 3 项的学生所对应的扇形圆心角=$\frac{10}{50}\times360°=72°$，

活动数为 5 项的学生为：50﹣8﹣14﹣10﹣12=6，

如图所示：



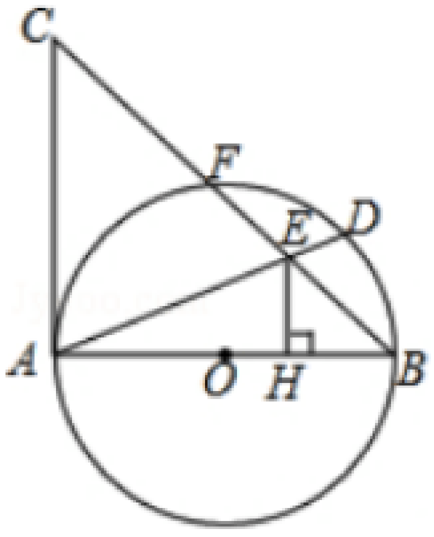
（3）参与了 4 项或 5 项活动的学生共有$\frac{12+6}{50}\times2000=720$（人）.

【点评】本题主要考查折线统计图与扇形统计图及概率公式，根据折线统计图和扇形统计图得出解题所需的数据是解题的关键.

22.（10 分）如图，已知 AB 为⊙O 直径，AC 是⊙O 的切线，连接 BC 交⊙O 于点 F，取$\overset{\frown}{BF}$的中点 D，连接 AD 交 BC 于点 E，过点 E 作 EH⊥AB 于 H.

（1）求证：△HBE∽△ABC；

（2）若 CF=4，BF=5，求 AC 和 EH 的长.



【分析】（1）根据切线的性质即可证明：∠CAB=∠EHB，由此即可解决问题；

（2）连接 AF．由△CAF∽△CBA，推出 CA^2=CF•CB=36，推出 CA=6，AB=$\sqrt{BC^2-AC^2}$=3$\sqrt{5}$，AF=$\sqrt{AB^2-BF^2}$=2$\sqrt{5}$，由 Rt△AEF≌Rt△AEH，推出 AF=AH=2$\sqrt{5}$，设 EF=EH=x，在 Rt△EHB 中，可得（5﹣x）^{2}=x^2+（$\sqrt{5}$）^{2}，解方程即可解决问题；

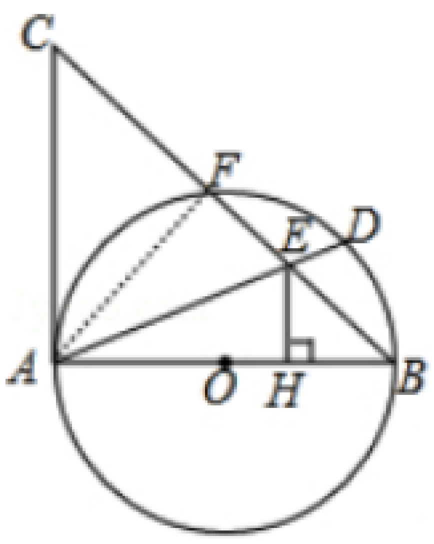
【解答】解：（1）∵AC 是⊙O 的切线，

∴CA⊥AB，∵EH⊥AB，

∴∠EHB=∠CAB，∵∠EBH=∠CBA，

∴△HBE∽△ABC．

（2）连接 AF．



∵AB 是直径，

∴∠AFB=90°，

∵∠C=∠C，∠CAB=∠AFC，

∴△CAF∽△CBA，

∴CA^2=CF•CB=36，

∴CA=6，AB=$\sqrt{BC^2-AC^2}$=3$\sqrt{5}$，AF=$\sqrt{AB^2-BF^2}$=2$\sqrt{5}$，

∵$\overset{\frown}{DF}=\overset{\frown}{BD}$，

∴∠EAF=∠EAH，∵EF⊥AF，EH⊥AB，

∴EF=EH，∵AE=AE，

∴Rt△AEF≌Rt△AEH，

∴AF=AH=2$\sqrt{5}$，设 EF=EH=x，

在 Rt△EHB 中，$(5-x)^2=x^2+(\sqrt{5})^2$，

∴x=2，

∴EH=2．

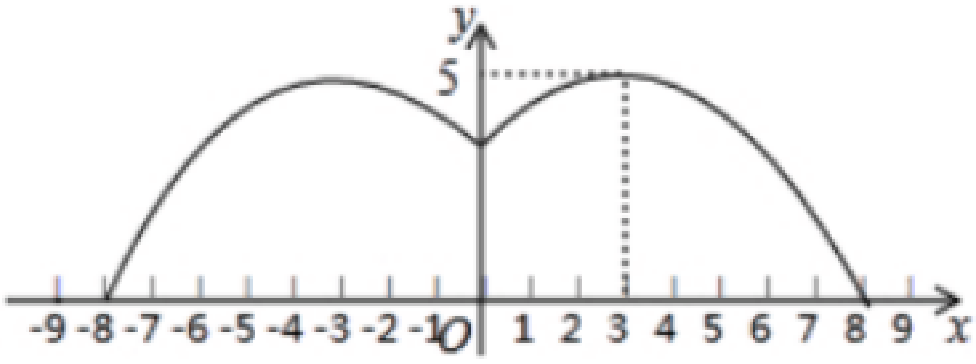
【点评】本题考查相似三角形的判定和性质、圆周角定理、切线的性质、角平分线的性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，正确寻找相似三角形解决问题．

23．（10 分）某游乐园有一个直径为 16 米的圆形喷水池，喷水池的周边有一圈喷水头，喷出的水柱为抛物线，在距水池中心 3 米处达到最高，高度为 5 米，且各方向喷出的水柱恰好在喷水池中心的装饰物处汇合．如图所示，以水平方向为 x 轴，喷水池中心为原点建立直角坐标系．

（1）求水柱所在抛物线（第一象限部分）的函数表达式；

（2）王师傅在喷水池内维修设备期间，喷水管意外喷水，为了不被淋湿，身高 1.8 米的王师傅站立时必须在离水池中心多少米以内？

（3）经检修评估，游乐园决定对喷水设施做如下设计改进：在喷出水柱的形状不变的前提下，把水池的直径扩大到 32 米，各方向喷出的水柱仍在喷水池中心保留的原装饰物（高度不变）处汇合，请探究扩建改造后喷水池水柱的最大高度．



【分析】(1) 根据顶点坐标可设二次函数的顶点式，代入点（8，0），求出 a 值，此题得解；

（2）利用二次函数图象上点的坐标特征，求出当 $y=1.8$ 时 x 的值，由此即可得出结论；

（3）利用二次函数图象上点的坐标特征可求出抛物线与 y 轴的交点坐标，由抛物线的形状不变可设改造后水柱所在抛物线（第一象限部分）的函数表达式为 $y=-\frac{1}{5}x^2+bx+\frac{16}{5}$，代入点（16，0）可求出 b 值，再利用配方法将二次函数表达式变形为顶点式，即可得出结论.

【解答】解：(1) 设水柱所在抛物线（第一象限部分）的函数表达式为 $y=a(x-3)^2+5$ $(a\neq0)$，

将（8，0）代入 $y=a(x-3)^2+5$，得：$25a+5=0$，

解得：$a=-\frac{1}{5}$，

∴水柱所在抛物线（第一象限部分）的函数表达式为 $y=-\frac{1}{5}(x-3)^2+5$ $(0<x<8)$.

（2）当 $y=1.8$ 时，有 $-\frac{1}{5}(x-3)^2+5=1.8$，

解得：$x_1=-1$，$x_2=7$，

∴为了不被淋湿，身高 1.8 米的王师傅站立时必须在离水池中心 7 米以内.

（3）当 $x=0$ 时，$y=-\frac{1}{5}(x-3)^2+5=\frac{16}{5}$.

设改造后水柱所在抛物线（第一象限部分）的函数表达式为 $y=-\frac{1}{5}x^2+bx+\frac{16}{5}$，

∵该函数图象过点（16，0），

∴$0=-\frac{1}{5}\times16^2+16b+\frac{16}{5}$，解得：$b=3$，

∴改造后水柱所在抛物线（第一象限部分）的函数表达式为 $y=-\frac{1}{5}x^2+3x+\frac{16}{5}=-\frac{1}{5}$

$(x-\frac{15}{2})^2+\frac{289}{20}$.

∴扩建改造后喷水池水柱的最大高度为$\frac{289}{20}$米.

【点评】本题考查了待定系数法求二次函数解析式以及二次函数图象上点的坐标特征，解题的关键是：（1）根据点的坐标，利用待定系数法求出二次函数表达式；（2）利用二次函数图象上点的坐标特征求出当 $y=1.8$ 时 x 的值；（3）根据点的坐标，利用待定系数法求出二次函数表达式.

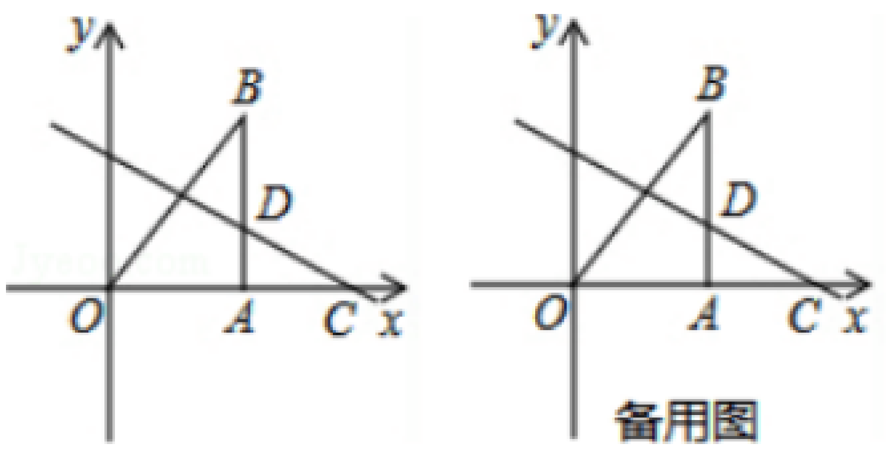
24．（12 分）如图，Rt△OAB 的直角边 OA 在 x 轴上，顶点 B 的坐标为（6，8），直线 CD 交 AB 于点 D（6，3），交 x 轴于点 C（12，0）.

（1）求直线 CD 的函数表达式；

（2）动点 P 在 x 轴上从点（﹣10，0）出发，以每秒 1 个单位的速度向 x 轴正方向运动，过点 P 作直线 l 垂直于 x 轴，设运动时间为 t.

①点 P 在运动过程中，是否存在某个位置，使得∠PDA=∠B？若存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由；

②请探索当 t 为何值时，在直线 l 上存在点 M，在直线 CD 上存在点 Q，使得以 OB 为一边，O，B，M，Q 为顶点的四边形为菱形，并求出此时 t 的值.



【分析】（1）利用待定系数法即可解决问题；

（2）①如图 1 中，作 DP∥OB，则∠PDA=∠B．利用平行线分线段成比例定理，计算即可，再根据对称性求出 P′；

②分两种情形分别求解即可解决问题：如图 2 中，当 OP=OB=10 时，作 PQ∥OB 交 CD 于 Q．如图 3 中，当 OQ=OB 时，设 Q（m，$-\frac{1}{2}m+6$），构建方程求出点 Q 坐标即可解决问题；

【解答】解：（1）设直线 CD 的解析式为 $y=kx+b$，则有$\begin{cases}12k+b=0\\6k+b=3\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k=-\dfrac{1}{2}\\b=6\end{cases}$，

∴直线 CD 的解析式为 $y=-\dfrac{1}{2}x+6$.

（2）①如图 1 中，作 DP∥OB，则∠PDA=∠B.

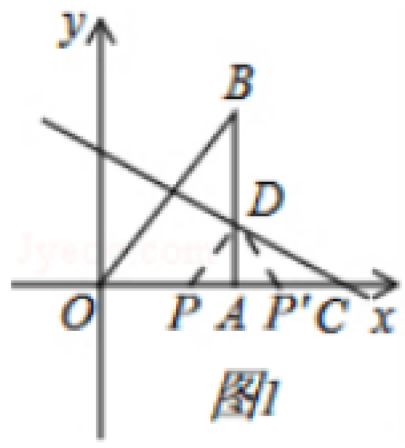


图1

∵DP∥OB，

∴$\dfrac{PA}{AO}=\dfrac{AD}{AB}$，

∴$\dfrac{PA}{6}=\dfrac{3}{8}$，

∴$PA=\dfrac{9}{4}$，

∴$OP=6-\dfrac{9}{4}=\dfrac{15}{4}$，

∴P（$\dfrac{15}{4}$，0），根据对称性可知，当 AP=AP′时，P′（$\dfrac{33}{4}$，0），

∴满足条件的点 P 坐标为（$\dfrac{15}{4}$，0）或（$\dfrac{33}{4}$，0）.

②如图 2 中，当 OP=OB=10 时，作 PQ∥OB 交 CD 于 Q.

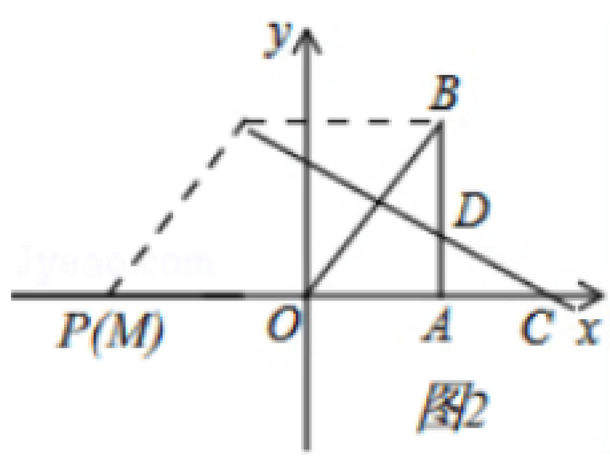


图2

∵直线 OB 的解析式为 $y=\dfrac{4}{3}x$，

∴直线 PQ 的解析式为 $y=\dfrac{4}{3}x+\dfrac{40}{3}$，

由$\begin{cases} y=\frac{4}{3}x+\frac{40}{3} \\ y=-\frac{1}{2}x+6 \end{cases}$，解得$\begin{cases} x=-4 \\ y=8 \end{cases}$，

∴Q（﹣4，8），

∴$PQ=\sqrt{6^2+8^2}=10$，

∴PQ=OB，∵PQ∥OB，

∴四边形 OBQP 是平行四边形，

∵OB=OP，

∴四边形 OBQP 是菱形，此时点 M 与的 Q 重合，满足条件，t=0.

如图 3 中，当 OQ=OB 时，设 Q（m，$-\frac{1}{2}m+6$），

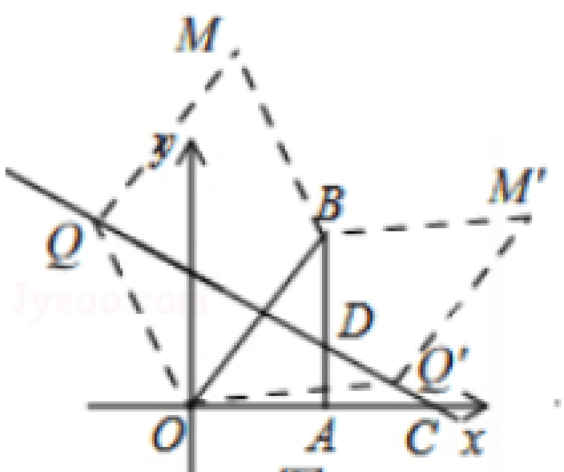


图3

则有 $m^2+(-\frac{1}{2}m+6)^2=10^2$，

解得 $m=\frac{12\pm4\sqrt{89}}{5}$，

∴点 Q 的横坐标为$\frac{12+4\sqrt{89}}{5}$或$\frac{12-4\sqrt{89}}{5}$，设点 M 的横坐标为 a，

则有：$\frac{a+0}{2}=\frac{\frac{12+4\sqrt{89}}{5}+6}{2}$或$\frac{a+0}{2}=\frac{\frac{12-4\sqrt{89}}{5}+6}{2}$，

∴$a=\frac{42+4\sqrt{89}}{5}$或$\frac{42-4\sqrt{89}}{5}$，

∴满足条件的 t 的值为$\frac{92+4\sqrt{89}}{5}$或$\frac{92-4\sqrt{89}}{5}$.

如图 4 中，当点 Q 与 C 重合时，M 点的横坐标为 6，此时 t=16，

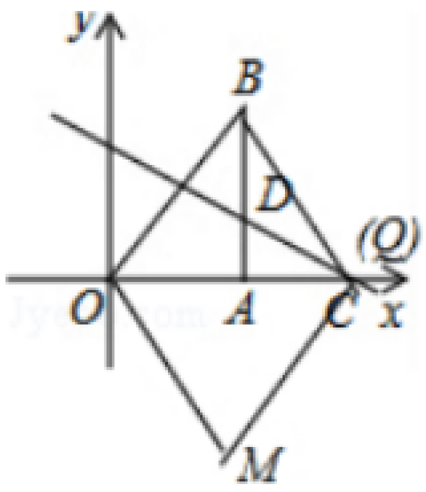


图4

综上所述，满足条件的 t 的值为 0 或 16 或$\frac{92+4\sqrt{89}}{5}$或$\frac{92-4\sqrt{89}}{5}$.

【点评】本题考查一次函数综合题、待定系数法、菱形的判定、平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是学会由分类讨论的思想思考问题，学会构建一次函数，利用方程组确定两个函数的交点坐标，所以中考压轴题.